

**проф. д-р ик. н. Бойко Атанасов, доц. д-р Росен Николаев
гл. ас. д-р Радан Мирянов, гл. ас. д-р Йордан Петков,
гл. ас. д-р Велина Йорданова**

**МАТЕМАТИКА
И
ОПТИМИЗАЦИОННИ МЕТОДИ**

2014

**Издателство „Наука и икономика“
Икономически университет – Варна**

Учебникът „Математика и оптимизационни методи” е предназначен за студенти от Икономически университет – Варна в ОКС „Магистър”, изучаващи дисциплините „Математика” и „Оптимизационни методи”. Той е съобразен с учебната програма по тези дисциплини, като в него са намерили място предимно теми, които имат приложение в икономиката.

Учебникът може да бъде полезен и на всички, които използват или проявяват интерес към приложение на математически методи в икономическите изследвания.

Тази книга или части от нея не могат да бъдат размножавани, разпространявани по електронен път и копирани без писменото разрешение на издателя.

© проф. д-р ик. н. Бойко Иванов Атанасов, доц. д-р Росен Николаев Николаев, гл. ас. д-р Радан Василев Мирянов, гл. ас. д-р Йордан Русанов Петков, гл. ас. д-р Велина Георгиева Йорданова, автори, 2014.

© Издателство „Наука и икономика“

Икономически университет – Варна, 2014.

ISBN 978-954-21-0800-9

СЪДЪРЖАНИЕ

Въведение	11
-----------------	----

Глава първа ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА

1.1. Детерминанти	13
1.1.1. Детерминанти от втори ред.....	13
1.1.2. Детерминанти от трети ред.....	15
1.1.3. Детерминанти от n -ти ред.....	17
1.1.4. Свойства на детерминантите	19
1.2. Матрици	23
1.2.1. Определение за матрица. Видове матрици.....	23
1.2.2. Действия с матрици	24
1.2.3. Ранг на матрица.....	29
1.2.4. Обратна матрица.....	32
1.2.5. Матрични уравнения	35
1.3. Вектори.....	37
1.3.1. Понятие за n -мерен вектор. Действия с вектори.....	37
1.3.2. Линейна зависимост и независимост на вектори.....	39
1.4. Системи линейни уравнения	42
1.4.1. Основни понятия.....	42
1.4.2. Методи за решаване на системи линейни уравнения.....	44
1.4.3. Еднородни (хомогенни) системи линейни уравнения.....	49
1.5. Приложения на линейната алгебра в икономиката	50

Глава втора АНАЛИТИЧНА ГЕОМЕТРИЯ

2.1. Декартова координатна система	56
2.2. Разстояние между две точки. Делене на отсечка в дадено отношение	59
2.3. Права линия в равнината	64
2.3.1. Уравнение на права в равнината	64
2.3.2. Ъгъл между две прави. Условия за успоредност и перпендикулярност на две прави	76

Глава трета
ФУНКЦИЯ НА ЕДНА ПРОМЕНЛИВА

3.1. Определение за функция.....	85
3.2. Видове функции.....	87
3.3. Основни елементарни функции	91
3.4. Числови редици	95
3.5. Граница на функция	99
3.6. Непрекъснатост на функция	104
3.7. Производна на функция на една променлива	109
3.7.1. Определение за производна на функция на една променлива	112
3.7.2. Правила за диференциране	116
3.7.3. Диференциал на функция.....	119
3.7.4. Приложения на производната в икономиката.....	123
3.7.5. Основни теореми за диференцируеми функции	134
3.8. Изследване на функция.....	141
3.8.1. Растене и намаляване на функция.....	141
3.8.2. Екстремуми (максимум и минимум) на функция на една променлива	142
3.8.3. Изпъкналост и вдлъбнатост на функция	148
3.8.4. Темпове на изменение на функция	151
3.8.5. Асимптоти	154
3.8.6. Пълно изследване на функция	156

Глава четвърта
ФУНКЦИЯ НА ДВЕ И ПОВЕЧЕ ПРОМЕНЛИВИ

4.1. Определение за функция на две и повече променливи. Граница и непрекъснатост. Частни производни	159
4.1.1. Предварителни понятия	159
4.1.2. Понятие за функция на две и повече променливи	162
4.1.3. Повърхнини на ниво. Линии на ниво.....	166
4.1.4. Граница и непрекъснатост на функция на две и повече променливи.....	167
4.2. Диференциално смятане на функция на две и повече променливи	171
4.2.1. Частни производни от първи и по-висок ред	171

4.2.2. Диференцируемост на функция. Пълнен диференциал	175
4.2.3. Производна на функция по посока. Градиент	178
4.3. Екстремум на функция на две променливи	182
4.3.1. Основни определения	182
4.3.2. Необходими условия за екстремум на функция на две променливи	183
4.3.3. Достатъчни условия за екстремум на функция на две променливи	185
4.3.4. Абсолютен екстремум	188
4.3.5. Условен екстремум	189
4.3.6. Метод на най-малките квадрати	195

Глава пета

ИНТЕГРАЛНО СМЯТАНЕ

5.1. Понятие за примитивна функция и неопределен интеграл	199
5.2. Основни методи за интегриране	203
5.3. Определен интеграл	207
5.4. Приложения на определен интеграл	218
5.5. Несобствени интеграли	220
5.6. Приложения на интегралното смятане в икономиката	223

Глава шеста

ТЕОРИЯ НА ВЕРОЯТНОСТИТЕ

6.1. Случайни събития	232
6.2. Вероятност	235
6.3. Условна вероятност	240
6.4. Дискретни случайни величини	246
6.5. Закони на разпределение на дискретни случайни величини	253
6.6. Непрекъснати случайни величини	255
6.7. Закони на разпределение на непрекъснати случайни величини	259
6.8. Някои практико-приложни примери	261

Глава седма
ФИНАНСОВА МАТЕМАТИКА

7.1. Лихва.....	266
7.1.1. Проста лихва	267
7.1.2. Сложна лихва	274
7.2. Дисконт (сконто)	282
7.2.1. Дисконтиране при проста ставка.....	283
7.2.2. Еквивалентност на процентните ставки (връзка между лихвен и сконтов процент)	286
7.2.3. Изменения на условията на договорите.....	288
7.2.4. Дисконтиране при сложна ставка.....	291
7.3. Анюитет.....	295
7.3.1. Същност на анюитета.....	295
7.3.2. Основен (общ) принцип на дългосрочните финансови операции.....	297
7.3.3. Срочни периодични влогове.....	299
7.3.4. Дългосрочни заеми	304
7.4. Оценка на инвестиции.....	311
7.4.1. Инвестиционна среда	311
7.4.2. Доход и възвръщаемост	314
7.4.3. Методи за измерване ефективността на инвестициите.....	316
7.4.4. Инвестиционен риск.....	322
7.4.5. Управление на инвестиционния риск	329

Глава осма
ЛИНЕЙНО ОПТИМИРАНЕ

8.1. Икономико-математическо моделиране.....	335
8.2. Примери на задачи на линейното оптимизиране	344
8.3. Задача на линейното оптимизиране.....	355
8.4. Свойства на решенията на задачата на линейното оптимизиране	364
8.5. Геометрична интерпретация на задачата на линейното оптимизиране	372
8.6. Симплекс-метод.....	383

8.6.1. Построяване на начално базисно решение. Признак за оптималност на базисно решение	383
8.6.2. Преход към по-добро (не по-лошо) базисно решение.....	391
8.7. Двойственост в линейното оптимизиране	403
8.7.1. Понятие за двойственост.....	403
8.7.2. Теорема на двойствеността и тяхното икономическо съдържание.....	410

Глава девета

ТРАНСПОРТНА ЗАДАЧА

9.1. Постановка и свойства на транспортната задача.....	418
9.2. Построяване на начален опорен план.....	426
9.3. Метод на потенциалите.....	430
9.4. Израждане при транспортната задача.....	443
9.5. Разпределителен метод	446
9.6. Открита транспортна задача.....	451
9.7. Многоетапна транспортна задача	458
9.8. Транспортна задача по критерий „време“	462

Глава десета

НЯКОИ СПЕЦИАЛНИ КЛАСОВЕ ОПТИМИЗАЦИОННИ ЗАДАЧИ

10.1. Задача на целочисленото оптимизиране линейното оптимизиране	472
10.1.1. Алгоритъм на Гомори за решаване на пълно целочислени задачи	473
10.1.2. Алгоритъм на Гомори за решаване на частично целочислени задачи	480
10.2. Задача на дробно-линейното оптимизиране	487
10.2.1. Графичен метод за решаване на задачата на дробно-линейното оптимизиране.....	490
10.2.2. Използване на симплекс-метода за решаване на задачи на дробно-линейното оптимизиране.....	497

10.3. Задача на нелинейното оптимиране.....	504
10.3.1. Геометрична интерпретация на задачата на нелинейното оптимиране	504
10.3.2. Изпъкнали и вдлъбнати функции	507
10.3.3. Метод на множителите на Лагранж	510
10.4. Задача на изпъкналото нелинейно оптимиране	513
10.5. Квадратично оптимиране.....	515
 Литература	 522